

# المپیاد ریاضی پایه هفتم

مرحله دوم ۱۳۹۵/۰۲/۰۸ ساعت: ۸ صبح

جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش خراسان رضوی

نام و نام خانوادگی داوطلب: تعداد سوال: ۳۰

شماره داوطلبی: مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

آزمون دارای نمره منفی می باشد.

- ۱- مطابق شکل روبرو نقطه های  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  همگی روی یک خط راست قرار دارند. کدام گزینه می تواند رابطه بین پاره خطهایی باشد که با این چهار نقطه ایجاد می شود؟

$$\overline{BD} = 2\overline{AC} \text{ و } \overline{AB} = \frac{7}{2}\overline{AC} \quad (1)$$

$$\overline{AB} = \frac{5}{3}\overline{AC} \text{ و } \overline{AC} = 2\overline{AD} \quad (2)$$

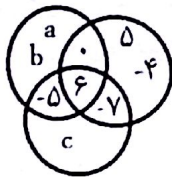
$$\overline{AC} = 2\overline{AD} \text{ و } \overline{DB} = 3\overline{BC} \quad (4)$$

$$\overline{AD} = 5\overline{AB} \text{ و } \overline{DB} = \frac{2}{3}\overline{BC} \quad (3)$$

- ۲- حاصل عبارت مقابل در کدام گزینه آمده است؟  
 (۱) صفر (۲) -۳۲ (۳) -۲۸ (۴) -۲۶

$$-6 - 24 \div 6 \times 2 - 2(-3(-4+1))$$

- ۳- اگر  $a$  عددی صحیح و منفی باشد، بیشترین مقدار عددی عبارت  $(a^2 + 1)(a + 3)$  کدام گزینه خواهد بود؟  
 (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) قابل محاسبه نیست.



- ۴- در شکل مقابل مجموع اعداد صحیح درون هر دایره صفر است. مقدار  $a + b - c$  با کدام گزینه برابر است؟

(۱) -۷ (۲) -۵ (۳) ۵ (۴) ۷

- ۵- نقطه  $A$  به مختصات  $\begin{bmatrix} 6n-5 \\ 3n-2 \end{bmatrix}$  روی مرز ناحیه ۲ و ۳ در صفحه مختصات قرار دارد. اگر قرینه نقطه  $A$  نسبت به محور عرض ها را  $A'$  بنامیم، طول پاره خط  $AA'$  چند واحد است؟

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

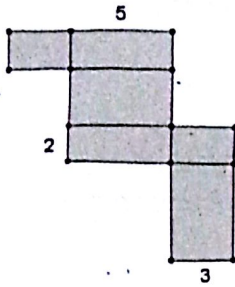
- ۶- کدام گزینه نادرست است؟  
 (۱) در ریاضی به پاره خط جهت دار، بردار می گویند.  
 (۲) اندازه یک بردار فاصله بین نقاط انتها و ابتدای بردار است.  
 (۳) بردارهای هم راستا و هم اندازه باهم برابرند.  
 (۴) دو بردار هم جهت، حتماً هم راستا هستند.

- ۷- کدام عبارت درست است؟  
 (۱) حاصل جمع ریشه های دوم اعداد ۳۶ و ۲۵ و ۹ و ۴ و ۱ برابر ۱۷ است.  
 (۲) مربع اختلاف ریشه های دوم هر عدد طبیعی، ۴ برابر آن عدد طبیعی است.  
 (۳) مربع هر عدد طبیعی  $n$  کوچکتر یا مساوی  $2^n$  است.  
 (۴) اگر تمام ابعاد مکعب مستطیلی را ۳ برابر کنیم، مساحت کل آن ۵۴ برابر خواهد شد.

- ۸- تفاضل بزرگترین عدد طبیعی دورقمی و کوچکترین عدد طبیعی سه رقمی که هر کدام دارای ۳ شمارنده اول متفاوت باشند، برابر است با:  
 (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

- ۹- در الگوی مقابل، پنجاهمین جمله کدام گزینه خواهد بود؟  
 ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۲۲، ۲۴، ۲۸، ...

(۱) ۲۳۶ (۲) ۲۳۸ (۳) ۲۴۲ (۴) ۲۵۴



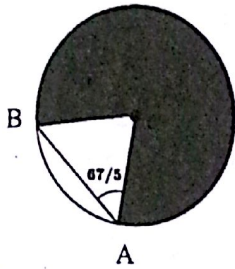
۱۰- شکل مقابل گسترده یک مکعب مستطیل است.

پس از بسته شدن بزرگترین سطح جانبی ممکن برای این مکعب مستطیل کدام است؟

- (۱) ۳۲
- (۲) ۴۲
- (۳) ۵۰
- (۴) ۶۰

۱۱- مثلث‌ها از نظر اندازه ضلع‌ها به سه دسته متساوی‌الاضلاع، متساوی‌الساقین و دارای ضلع‌های نامساوی تقسیم می‌شوند. مثلث‌ها از نظر اندازه زاویه‌ها به سه دسته دارای زاویه تند، دارای یک زاویه راست و دارای یک زاویه باز تقسیم می‌شوند. اگر با توجه به ویژگی‌های بالا مثلث رسم کنیم، چند نوع مثلث ترسیم خواهد شد؟

- (۱) ۳
- (۲) ۶
- (۳) ۷
- (۴) ۹



۱۲- در شکل مقابل O مرکز دایره و شعاع دایره است. محیط قسمت رنگی به صورت عبارت جبری کدام

گزینه است؟ ( $\hat{A} = 67/5$ )

- (۱)  $r(\frac{7}{4}\pi r + 2)$
- (۲)  $r(\frac{7}{8}\pi + 2)$
- (۳)  $r(\frac{7}{4}\pi + 2)$
- (۴)  $r(\frac{7}{8}\pi r + 2)$

۱۳- اگر سن علی را از مربع سن حسن، کم کنیم، حاصل ۱۰۶۰ می‌شود و اگر سن حسن را از مربع سن علی کم کنیم، عدد ۸۰۸ به دست خواهد آمد. مجموع سن علی و حسن چقدر است؟

- (۱) ۵۶
- (۲) ۵۸
- (۳) ۶۰
- (۴) ۶۲

۱۴- علی از عدد ۱۰ تا ۱۳۹ را در مدت ۱۰ دقیقه می‌نویسد درحالی‌که برای نوشتن هر رقم زمان یکسانی نیاز دارد. اگر او بخواهد اعداد از یک تا ۱۳۹۵ را روی کاغذ بنویسد، به چند ثانیه نیاز دارد؟

- (۱) ۴۴۷۳
- (۲) ۸۹۴۶
- (۳) ۱۰۴۱۲
- (۴) ۱۷۸۹۲

۱۵- عددی دورقمی را در نظر می‌گیریم. حاصل ضرب ارقامش را به دست می‌آوریم. این عمل را تا زمانی تکرار می‌کنیم که به عدد ۵ برسیم. چند عدد ۲ رقمی با این خاصیت وجود دارد؟

- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) ۶
- (۴) ۸

۱۶- دومنصور یکسان داریم که قاعده‌های آن  $n$  ضلعی منتظم می‌باشد و  $n$  مضرب ۳ است. فاطمه می‌خواهد آن‌ها را به هم بچسباند طوری که یکی از وجه‌های جانبی هر دومنصور برهم منطبق شود. تعداد یال‌های حجم حاصل کدام عدد زیر می‌تواند باشد؟

- (۱) ۸۴
- (۲) ۸۶
- (۳) ۹۴
- (۴) ۹۶

۱۷- چند تا از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) اگر  $(a, 4) = 2$  و  $(b, 4) = 2$  باشد، حتماً  $(a + b, 4) = 2$  است.

ب) اگر  $a, b, c$  اعداد اول دورقمی باشند،  $abc + c^2 + b^2 + a^2$  اول نیست.

ج)  $a, b$  دو عدد طبیعی و  $a > b$  است. حاصل  $a - b$  همواره بزرگ‌تر یا مساوی ب.م.م آن‌هاست.

- (۱) صفر
- (۲) یکی
- (۳) دوتا
- (۴) سه تا

۱۸- ۵ عدد مختلف  $a, b, c, d, e$  را از میان اعداد  $3, 1, 0, -1, -2$  انتخاب می‌کنیم. کمترین مقدار  $(c + d + e)^3 + (a - b)^2$  برابر است با:

- (۱) -۹
- (۲) -۱۶
- (۳) -۲۳
- (۴) -۲۷



۱۹- استوانه‌ای به شعاع قاعده ۶ و ارتفاع ۱۳ سانتی‌متر داریم. حداکثر تا چه ارتفاعی استوانه را آب کنیم تا اگر مکعبی آهنی به یال ۳ سانتی‌متر به آرامی درون آن قرار گیرد، آب از استوانه بیرون نریزد؟ ( $\pi = 3$ )

- (۱) ۱۲/۶ (۲) ۱۲/۶۵ (۳) ۱۲/۷۵ (۴) ۱۲/۸

۲۰- رضا روی محور اعداد صحیح ایستاده است. با خود قرار می‌گذارد که اگر روی عدد منفی ایستاده باشد، ۳ واحد به سمت راست ببرد و اگر روی عددی مثبت ایستاده باشد ۴ واحد به سمت چپ ببرد. اگر رضا روی عدد ۱۶- ایستاده باشد، چند جهش انجام بدهد تا روی عدد صفر قرار گیرد؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۲۱- از گوشه مربعی به ضلع ۷ سانتی‌متر، یک مربع به ضلع ۳ سانتی‌متر جدا می‌کنیم. باقیمانده شکل را به دو نیمه تقسیم کرده و یکی از نیمه‌ها را برمی‌داریم و از آن مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائمه ۳ و ۲ سانتی‌متر جدا می‌کنیم تا شکل جدیدی به دست آوریم. کدام رابطه مساحت این شکل را نشان می‌دهد؟

(۱)  $7^2 - 3^2 \div 2 - 2 \times 3 \div 2$  (۲)  $(7^2 - 3^2) - 2 \times 3 \div 2$

(۳)  $(7-3)^2 \div 2 - 2 \times 3 \div 2$  (۴)  $((7^2 - 3^2) - 2 \times 3) \div 2$

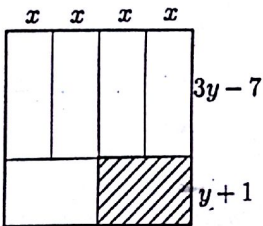
۲۲- عدد  $n$ ، طبیعی و کوچک‌تر از ۱۰۰۰ است. چند عدد را می‌توانیم به جای  $n$  قرار دهیم، به طوری که  $n^n$  هم مجذور کامل و هم مکعب کامل باشد؟

- (۱) ۱۶۶ (۲) ۱۶۷ (۳) ۱۶۸ (۴) ۱۶۹

۲۳- گروهی از بچه‌ها یک بازی طراحی کرده‌اند که در آن هر نفر از عدد به دست آمده نفر قبلی جذومی گیرد. علی به‌عنوان شروع‌کننده بازی چند عدد طبیعی می‌تواند اعلام کند تا عددی که به نفر پنجم می‌رسد، عددی بین ۲ و ۳ باشد به طوری که نفرات قبل از او حتماً عدد طبیعی به دست آورده باشند؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) بی‌شمار

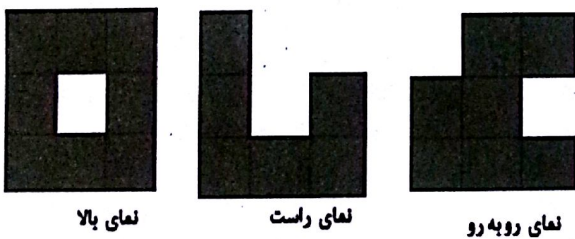
۲۴- اگر شکل روبه‌رو مربع باشد و مساحت آن  $12xy$  باشد، مساحت قسمت هاشور خورده را بیابید.



- (۱)  $\frac{63}{2}$  (۲)  $\frac{55}{2}$  (۳)  $\frac{55}{55}$  (۴)  $\frac{63}{63}$

۲۵- جسمی از تعدادی مکعب‌های واحد به هم چسبیده، تشکیل شده است.

نمای روبه‌رو، بالا و راست آن به شکل مقابل است. این جسم حداقل از چند مکعب تشکیل شده است؟



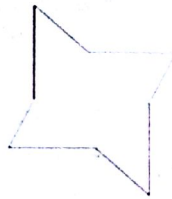
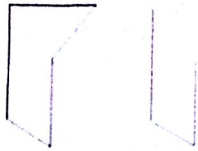
نمای بالا

نمای راست

نمای روبه‌رو

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

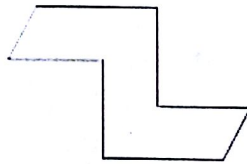
۲۶- دو شکل همزهشت مانند روبه‌رو در اختیار داریم، می‌خواهیم فقط با استفاده از تبدیلات هندسی دوران و انتقال شکل‌های زیر را با این دو شکل بسازیم. کدام شکل حاصل نمی‌شود؟ (تعداد تبدیلات دلخواه است.)



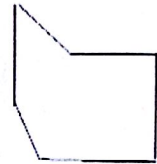
(۲)



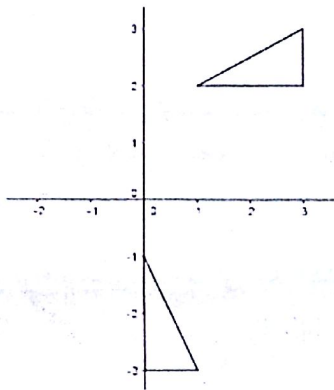
(۱)



(۴)



(۳)



۲۷- مرکز دوران شکل کدام نقطه است؟

(۲)  $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

(۴)

$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

(۳)

$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

۲۸- اگر  $x$  عدد صحیح غیر صفر باشد، کدام نقطه زیر می‌تواند در ناحیه سوم مختصاتی قرار بگیرد؟

(۴)  $\begin{bmatrix} x \\ x \end{bmatrix}$

(۳)

$\begin{bmatrix} x^2 \\ -x \end{bmatrix}$

(۲)

$\begin{bmatrix} -x \\ x^2 \end{bmatrix}$

(۱)

$\begin{bmatrix} -x \\ x \end{bmatrix}$

۲۹- جمع طول یال‌های یک مکعب مستطیل ۴۸ سانتی‌متر می‌باشد. اگر طول یال‌ها اعداد صحیح و مساحت قاعده آن ۱۲ سانتی‌متر مربع باشد، به این ترتیب بزرگ‌ترین حجم ممکن برای مکعب مستطیل چقدر است؟

(۴) ۹۶

(۳) ۷۲

(۲) ۶۰

(۱) ۴۸

۳۰- لاله دو مکعب را روی میز قرار می‌دهد و بدون این‌که به آن‌ها نگاه کند، هر دو را برش می‌زند. سپس از لادن می‌خواهد که به مکعب‌های برش خورده نگاه کند و بگوید سطح مقطع هر یک از برش‌ها، چندضلعی است؟ لادن می‌گوید: «عدد ضلع‌های آن دو چندضلعی دارای ب.م.م یک هستند و عدد ۵۴۰ مضربی از مجموع دو عدد است» عدد بزرگ‌تر کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴