

# المپیاد ریاضی پایه هشتم

مرحله دوم ۱۳۹۴/۲/۷ ساعت: ۹ صبح

جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش خراسان رضوی  
معاونت آموزش متوسطه  
اداره سنجش آموزش و پرورش

نام و نام خانوادگی داوطلب: \_\_\_\_\_  
شماره داوطلبی: \_\_\_\_\_  
تعداد سوال: ۴۵  
مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه  
آزمون دارای نمره منفی می باشد و استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱- یک عدد طبیعی دو رقمی، پنج برابر مجموع ارقام خود می باشد. حاصل ضرب ارقام این عدد کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۲- اگر بردارهای  $\vec{a} = 2\vec{j}$  و  $\vec{b} = -2\vec{j} - \vec{i}$  دو ضلع یک متوازی الاضلاع باشند، مختصات برداری که با  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ابتدای مشترک دارد و قطر متوازی الاضلاع را می سازد، کدام گزینه است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$

۳- کدام گزینه درست است؟

- (۱) هر کسری که صورت آن عدد صحیح و مخرجش عدد طبیعی باشد، یک عدد گویاست.  
(۲) جذر هر عدد گویای مثبت، عددی گویاست.  
(۳) بین دو عدد کسری  $\frac{1}{100}$  و  $\frac{1}{100}$  عددی که گویا نباشد، وجود ندارد.  
(۴) بین هر دو عدد گویا، بی شمار عدد صحیح وجود دارد.

عدد	۰/۸۹۳	۰/۸۹۴	۰/۸۹۵	۰/۸۹۶
مجزور	۰/۷۹۷۴	۰/۷۹۹۲	۰/۸۰۱۰	۰/۸۰۲۸

۴- با توجه به جدول مقابل مناسب ترین گزینه برای مقدار  $\sqrt{0/8}$  کدام است؟

- (۱) ۰/۸۹۳ (۲) ۰/۸۹۴ (۳) ۰/۸۹۵ (۴) ۰/۸۹۶

۵- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) هر عدد اول نسبت به تمام اعداد طبیعی کوچک تر از خودش اول است.  
(۲) هر دو عدد اول، نسبت به هم اول می باشند.  
(۳) عدد یک، نسبت به هر عدد طبیعی، اول است.  
(۴) هر دو عدد طبیعی متوالی نسبت به هم اول هستند.

۶- حاصل کدام گزینه از سایر گزینه ها بزرگ تر است؟

- (۱)  $0/1 \times 0/1 \times 0/1$  (۲)  $0/1 \div 0/1 \div 0/1$  (۳)  $0/1 \div 0/1 \times 0/1$  (۴)  $0/1 \times 0/1 \div 0/1$

۷- جذر مکعب قرینه ی معکوس عدد  $(-\frac{1}{4})^3$  کدام است؟

- (۱)  $4^3$  (۲)  $2^9$  (۳)  $4^3$  (۴)  $2^9$

۸- با توجه به شکل های مقابل، در شکل سی و یکم چه کسری از شکل رنگی است؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{7}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۹- اعداد  $a$  و  $b$  و  $c$  طبیعی هستند. چند تا از گزاره های زیر درست است؟

- (الف) اگر  $a$  بر  $b$  بخش پذیر باشد، آن گاه  $b$  از  $a$  کوچک تر است.  
(ب) اگر  $a$  بر  $b$  و  $b$  بر  $c$  بخش پذیر باشد، آن گاه  $a$  بر  $c$  بخش پذیر است.  
(ج) اگر  $a$  بر  $b$  و  $d$  بر  $c$  بخش پذیر باشد، آن گاه  $ad$  بر  $bc$  بخش پذیر است.  
(د) اگر دو عدد  $a$  و  $c$  بر عدد  $b$  بخش پذیر باشند، آن گاه حاصل  $(a+c)$  نیز بر  $b$  بخش پذیر است.

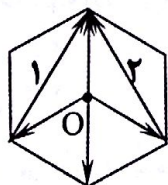
- (۱) یکی (۲) دو تا (۳) سه تا (۴) چهار تا

۱۰- چند عدد صحیح مانند  $a$  وجود دارد، به طوری که حاصل عبارت  $\frac{a^2+1}{a+1}$  عددی صحیح باشد؟

- (۱) دو تا (۲) سه تا (۳) چهار تا (۴) پنج تا

۱۱- در شش ضلعی منتظم مقابل، نقطه  $O$  مرکز تقارن است.  $\vec{b} + \vec{c}$  در کدام جهت خواهد بود؟

(بردار شماره ۱ برابر با  $\vec{a} - \vec{b}$  و بردار شماره ۲ برابر با  $\vec{a} - \vec{c}$  می باشد.)

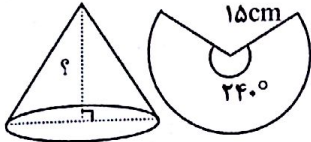


- (۱) (۲) (۳) (۴)

۱۲- نقطه  $A = \begin{bmatrix} 2n+5 \\ n+1 \end{bmatrix}$  از محورهای مختصات به یک فاصله است. اگر قرینه نقطه A نسبت به نقطه  $K = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  مبدا مختصات باشد،  $x + y$  کدام گزینه می تواند باشد؟

- (۱) ۳- و صفر (۲) ۳- و  $-1/5$  (۳) ۶- و صفر (۴)  $-1/5$  و صفر

۱۳- با قسمتی از دایره به شعاع ۱۵ سانتی متر، یک مخروط ساخته ایم. ارتفاع این مخروط چه قدر است؟



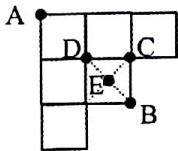
- (۱) ۵ (۲)  $2\sqrt{5}$  (۳)  $5\sqrt{2}$  (۴)  $5\sqrt{5}$

۱۴- سن پدربزرگی که فقط فرزند پسر دارد، بین ۵۰ و ۸۰ سال است. هرکدام از پسران او به تعداد برادرهایشان، فرزند دارند. جمع تعداد پسرهای پدربزرگ و تعداد نوه‌هایش برابر سن اوست. پدربزرگ چند ساله است و چند نوه دارد؟

- (۱) ۲۸ و ۶۸ (۲) ۵۶ و ۶۴ (۳) ۴۸ و ۶۴ (۴) ۳۲ و ۶۸

۱۵- در صفحه مختصات، چند مربع وجود دارند که یکی از رأس‌هایشان نقطه  $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$  باشد و حداقل یکی از محورهای مختصات محور تقارن مربع باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

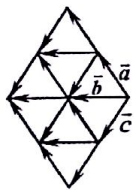


۱۶- شکل مقابل یک هشت ضلعی است که از شش مربع به ضلع واحد تشکیل شده است. آن را حول یکی از نقاط مشخص شده در شکل، دوران  $180^\circ$  می دهیم تا از شکل اولیه و شکل دوران یافته اش در مجموع یک شکل جدید حاصل شود. در این صورت با دوران حول کدام نقطه مساحت شکل جدید ۸ واحد می شود؟

- (۱) C (۲) B (۳) E (۴) D

۱۷- عدد  $n$  را در نظر بگیرید. آن را دو برابر کرده و یک واحد از نتیجه کم می کنیم، این کار را ۹۸ بار دیگر تکرار می کنیم. اگر نتیجه  $2^{100} + 1$  باشد، با چه عددی شروع کرده ایم؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



۱۸- برای ساختن شکل مقابل، فقط از بردارهای هم اندازه  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  استفاده شده است. حاصل جمع تمام بردارهای مقابل، کدام است؟

- (۱)  $4\vec{b}$  (۲)  $8\vec{b}$  (۳)  $10\vec{b}$  (۴)  $12\vec{b}$

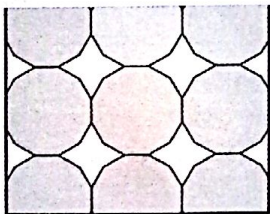
۱۹- در عبارت جبری  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$  هر حرف نمایشگر یک رقم متمایز ۱ تا ۹ می باشد. می خواهیم حاصل این عبارت کوچکتر از یک باشد.  $a \times c$  چه عددی باشد تا

حاصل  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$  بزرگ ترین مقدار ممکن شود؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۰- جواب معادله  $\sqrt{x^2 \times 4^{2015}} = 4^{1008} + 8^{672}$  کدام است؟  $(x > 0)$

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸



۲۱- در کاشی کاری مقابل فقط از دو نوع کاشی به شکل دوازده ضلعی منتظم و هشت ضلعی مقعر استفاده کرده ایم. اگر طول ضلع دوازده ضلعی منتظم ۲ سانتی متر باشد، مساحت کاشی هشت ضلعی کدام است؟

- (۱)  $2 + 2\sqrt{3}$  (۲)  $2 + 4\sqrt{3}$  (۳)  $4 + 2\sqrt{3}$  (۴)  $4 + 4\sqrt{3}$

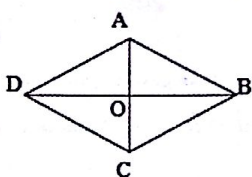
۲۲- محیط مثلث قائم الزاویه ای ۱۸ می باشد. مجموع مربعات همه اضلاع این مثلث ۱۲۸ است. مساحت آن چقدر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۲۳- محیط و مساحت لوزی مقابل با هم برابر می باشد. طول ضلع این لوزی چه قدر است؟

(نقطه O محل برخورد دو قطر،  $OA = 4^a$  و  $OB = 2^{2a+1}$ )

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



۲۴- می دانیم دو عدد  $n$  و  $\frac{\sqrt{2}-1}{n}$  طبیعی هستند.  $n$  چه عددی نمی تواند باشد؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۰

۲۵- حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{48} \times \sqrt{75}}{\sqrt{50} \times \sqrt{32}}$  برابر است با:

(۱)  $\sqrt{\frac{1}{4}}$

(۲)  $\sqrt{\frac{1}{4}}$

(۳)  $\sqrt{\frac{1}{2}}$

(۴)  $\sqrt{\frac{3}{4}}$

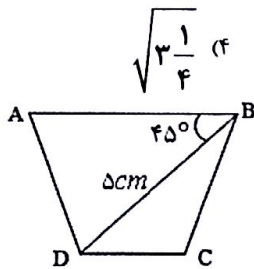
۲۶- دوزنقه ی ABCD متساوی الساقین است. اگر  $BD = 5 \text{ cm}$  و زاویه ی  $\hat{A}BD = 45^\circ$  باشد، مساحت دوزنقه ی ABCD کدام است؟

(۱) ۱۲

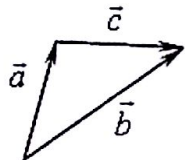
(۲)  $12\frac{1}{2}$

(۳)  $12\sqrt{2}$

(۴)  $12\frac{\sqrt{2}}{2}$



۲۷- در شکل مقابل  $\vec{a} = 2m\vec{i} + \frac{1}{4}\vec{j} - \vec{k}$  و  $\vec{b} = (1-m)\vec{i} + \frac{m}{24}\vec{j}$  و  $\vec{c} = \begin{bmatrix} m+2 \\ -\frac{1}{6} \end{bmatrix}$  می باشد.



مقدار m کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

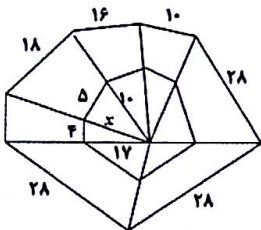
۲۸- اگر اندازه هر ضلع، عددی طبیعی باشد، x کدام است؟

(۱) ۱۱

(۲) ۱۲

(۳) ۱۳

(۴) ۱۴



۲۹- در متوازی الاضلاع ABCD مساحت مثلث BEC مساوی ۵ سانتی مترمربع است.

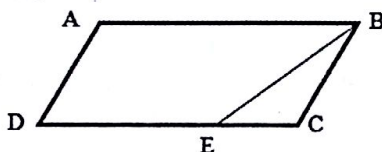
اگر مساحت متوازی الاضلاع ۳۰ سانتی متر مربع باشد، نسبت  $\frac{DE}{DC}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{6}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $\frac{3}{4}$



۳۰- مقدار عددی عبارت  $\frac{4 \times 2^{2x}}{8^x + \frac{1}{2}} \times \frac{10x^{50} + 15x^{20}}{3x^{25} + 2x^{45}}$  به ازای  $x = -2$  کدام است؟

(۱) -۳۲۰

(۲) ۳۲۰

(۳) -۱۲۸۰

(۴) ۱۲۸۰

۳۱- در متوازی الاضلاع ABCD اگر داشته باشیم  $\vec{BC} = m \times \vec{AB} + n \times \vec{OB}$

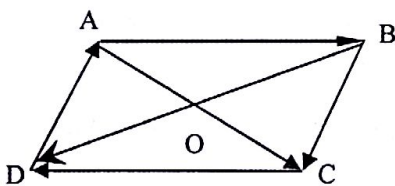
در این صورت  $m^2 + n^2 + 3mn$  کدام است؟

(۱) -۱

(۲) -۱۱

(۳) ۱۱

(۴) ۱۳



۳۲- مبین می خواست دو عدد دورقمی متفاوت را در هم ضرب کند. به اشتباه عدد اولی را در مقلوب عدد دوم ضرب کرد. حاصل ۳۸۱۶ واحد بیشتر از جواب درست به دست آمد. جواب درست چند می باشد؟

(۱) ۱۰۰۷

(۲) ۴۸۲۳

(۳) ۵۷۲۴

(۴) ۷۶۲۳

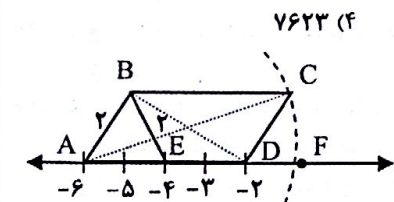
۳۳- در متوازی الاضلاع ABCD به مرکز A و شعاع AC کمان می زنیم تا محور اعداد صحیح را در نقطه F قطع کند. نقطه F چه عددی را نشان می دهد؟ ( $AB = BE = AE = 2 \text{ cm}$ )

(۱)  $2\sqrt{3} - 6$

(۲)  $2\sqrt{3} + 6$

(۳)  $2\sqrt{7} - 6$

(۴)  $2\sqrt{7} + 6$



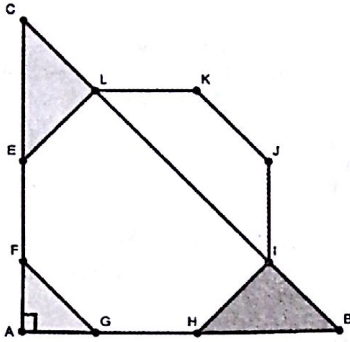
۳۴- n یک عدد طبیعی دو رقمی است. روش غربال را برای پیدا کردن عددهای اول ۱ تا n به کار بردیم و تعدادی عدد اول پیدا کردیم. دوباره همین کار را برای اعداد ۱ تا n+۱۰ انجام دادیم و این بار علاوه بر عددهای قبلی، دو عدد اول دیگر نیز پیدا کردیم. حاصل جمع کمترین و بیشترین مقدار ممکن برای n کدام است؟

(۱) ۱۰۴

(۲) ۱۰۵

(۳) ۱۰۹

(۴) ۱۱۰

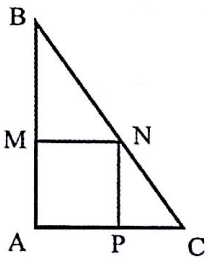


۳۵- در شکل مقابل EFGHIJKL یک هشت ضلعی منتظم و  $\hat{A} = 90^\circ$  است. اگر اندازه یک ضلع هشت ضلعی  $\sqrt{72}$  باشد، مجموع مساحت های نواحی سایه زده شده کدام است؟

- (۱) ۵۴  
(۲) ۷۲  
(۳) ۹۰  
(۴) ۱۰۸

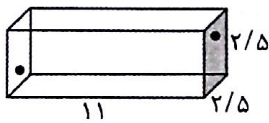
۳۶- با کسر  $\frac{3}{5}$  شروع می کنیم. در هر حرکت می توانیم یا به صورت ۵ واحد اضافه کنیم و یا ۳ واحد به مخرج، ولی به طور همزمان به هر دو نمی توان اضافه کرد. با حد اقل چند حرکت می توانیم دوباره به کسری برابر با  $\frac{3}{5}$  برسیم؟

- (۱) ۲۶  
(۲) ۳۰  
(۳) ۳۴  
(۴) ۳۸



۳۷- در شکل مقابل مثلث ABC قائم الزاویه است ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) و چهارضلعی AMNP مربع است. اگر  $AB = 4$  و  $AC = 3$  باشد، نسبت مساحت مربع AMNP به مساحت مثلث BMN کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$   
(۲)  $\frac{3}{4}$   
(۳)  $\frac{4}{3}$   
(۴)  $\frac{3}{2}$



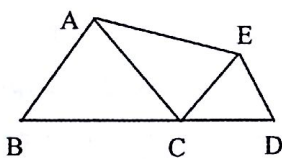
۳۸- در یک اتاق مکعب مستطیل با ابعاد  $11 \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$  عنکبوتی در وسط دیوار  $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$  به فاصله  $\frac{1}{5}$  متر پایین تر از سقف و یک طعمه در وسط دیوار مقابلش به فاصله  $\frac{1}{5}$  متر بالاتر از سطح زمین قرار گرفته است. عنکبوت می تواند روی سقف، دیوارها و کف حرکت کند. طول کوتاه ترین مسیری که عنکبوت برای رسیدن به طعمه می پیماید، چقدر است؟

- (۱)  $12\frac{1}{5}$   
(۲) ۱۳  
(۳)  $13\frac{1}{5}$   
(۴) ۱۴

۱۰		
x		۱۳
۱۴		y

۳۹- در مربع جادویی مقابل، مجموع اعداد هر سطر، هر ستون یا هر قطر، مقداری ثابت است. حاصل  $x+y$  کدام است؟

- (۱) ۲۱  
(۲) ۲۳  
(۳) ۳۱  
(۴) ۳۳



۴۰- نقطه C طوری روی ضلع BD از چهارضلعی ABDE انتخاب شده است که ABC و CDE مثلث های متساوی الاضلاع به ضلع ۲ و ۱ هستند. مساحت چهارضلعی ABCE کدام است؟

- (۱)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$   
(۲)  $\frac{4+5\sqrt{3}}{4}$   
(۳)  $\frac{3\sqrt{5}}{3}$   
(۴)  $\frac{6+\sqrt{3}}{4}$

۴۱- همه اعداد اول کوچک تر از ۱۰۰ را در نظر بگیرید. آن ها را در هم ضرب کنید و حاصل ضرب را A بنامید. تعداد شمارنده های غیر از ۱ و کمتر از ۱۰۰ عدد  $(A+1)$  کدام است؟

- (۱) صفر  
(۲) یک  
(۳) دو  
(۴) سه

۴۲- اعداد طبیعی زوج متوالی ۰، ۲، ۴، ۶، ... و ۱۰۰۰۰ را در نظر بگیرید. چند درصد از این اعداد مجذور اعداد طبیعی هستند؟

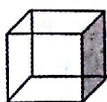
- (۱) ۰/۵ درصد  
(۲) یک درصد  
(۳) ۵ درصد  
(۴) ۱۰ درصد

۴۳- مربع ABCD به ۱۸ مربع تقسیم شده است. طول ضلع ۱۷ تا از این مربع ها ۱ است. طول ضلع مربع ABCD چقدر است؟

- (۱) ۵  
(۲) ۷  
(۳) ۹  
(۴) ۱۰

۴۴- یک المپیاد علمی بین سه تیم آلمان، ایران و فرانسه برگزار شد. روز اول هر نفر به هریک از افراد دو تیم رقیب، شاخه ای گل داد. در روز دوم یک نفر به هر تیم اضافه شد. در پایان المپیاد هر نفر به هر یک از افراد دو تیم رقیب هدیه ای داد. اگر ۹۶ گل و ۱۵۰ هدیه داده و گرفته شده باشد، در پایان المپیاد، مجموع کل افراد سه تیم شرکت کننده چند نفر بوده است؟

- (۱) ۱۲  
(۲) ۱۳  
(۳) ۱۴  
(۴) ۱۵



۴۵- روی هر وجه مکعبی یک عدد طبیعی نوشته ایم و روی هر راس این مکعب حاصل ضرب عددهایی را نوشته ایم که روی سه وجه مجاور به این راس نوشته شده اند. اگر مجموع عددهای روی رأس ها ۲۰۱۵ باشد، مجموع عددهای نوشته شده روی همه وجه های مکعب چند است؟

- (۱) ۱۳  
(۲) ۳۱  
(۳) ۴۹  
(۴) ۶۰