

وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش خراسان رضوی



المپیاد علمی ریاضی

پایه نهم

دوره اول متوسطه

تعداد سوال: ۳۰ شروع آزمون ساعت ۸ صبح مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی دانش آموز:

سال تحصیلی ۹۵-۹۶ مرحله دوم ۳ اردیبهشت ماه ۹۶

* توجه: به باسخ های اشتباه نفره منفی تعلق می گیرد

کدام گزینه یک مجموعه را نشان می دهد؟

(۱) دو عدد مرکب بین ۲۰ و ۲۵

(۲) دو عدد که در معادله $x^2 + y^2 = 4$ صدق می کند

(۳) دو عدد که در معادله $x^2 + (y - 1)^2 = 0$ صدق می کند

(۴) دو دانش آموز کلاس نهم در شهر مشهد که در المپیاد ریاضی شرکت کرده اند

فرض کنید A مجموعه مربع ها، B مجموعه لوزی ها، C مجموعه مستطیل ها و D مجموعه متوازی الاضلاع ها باشد. کدام گزینه درست نیست؟

$$D - (C \cup B) = \emptyset \quad (۱)$$

$$(A \cup C) - C = \emptyset \quad (۲)$$

$$A - (A \cap B) = \emptyset \quad (۱)$$

$$D \cap A = (B \cup C) \cap A \quad (۳)$$

چند عدد طبیعی به جای a می توان قرار داد که کسر $\frac{39}{a \times 5}$ یک کسر مختوم و بزرگ تر از واحد شود؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۵

(۵) ۶

مقدار $|a|$ در تساوی $\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{a+1}} = \frac{5}{6}$ برابر با کدام گزینه زیر است؟

(۱) ۶

(۲) جواب ندارد

(۳) ۴

(۴) ۵

کدام یک از گزینه های زیر در مورد حاصل عبارت $a = (1 + \sqrt{3})^2 (2 - \sqrt{3})^2$ درست می باشد؟

(۱) ۱

(۲) $4\sqrt{3} - 2$

(۳) ۲

(۴) $2\sqrt{3} - 1$



- ۶ منظومه‌ای در کهکشان راه شیری وجود دارد که دارای یک ستاره و ۵ سیاره می‌باشد. جرم ستاره برابر است با $10^{30} \times 165$ و مجموع جرم سیاره‌ها برابر با جرم ستاره و سیاره‌های این منظومه برابر با کدام گزینه زیر است؟
- (۱) $5/5 \times 10^{28}$
 (۲) $3/3 \times 10^{29}$
 (۳) $5/5 \times 10^{29}$
 (۴) $3/3 \times 10^{28}$

- ۷ با توجه به تساوی $\sqrt{(x-7)^6 x^4 (x-3)^3} = -x^2 (x-7)^3 (x-3) \sqrt{x-3}$ کدام گزینه در مورد مقدار x درست است؟
- (۱) $0 < x < 3$
 (۲) $3 < x < 7$
 (۳) $x > 3$
 (۴) $x > 7$

- ۸ تعداد کل پیشامد های تصادفی در پرتاپ دو سکه، چندتا است؟
- (۱) ۴
 (۲) ۸
 (۳) ۱۲
 (۴) ۱۶

- ۹ اگر اعداد a , b , c و d اعداد حقیقی باشند که فاصله آنها تا عدد x کمتر یا مساوی ۴ باشد، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد میانگین این چهار عدد درست است؟
- (۱) اگر $2 = x$ باشد آنگاه حداقل میانگین ۶ است
 (۲) اگر $-2 = x$ باشد آنگاه حداقل میانگین ۴ است
 (۳) اگر $-2 = x$ باشد آنگاه حداقل میانگین ۴+۲ است

- ۱۰ اگر چند جمله‌ای A از درجه ۵ و چند جمله‌ای B نیز از درجه ۵ باشد، آنگاه مجموع این دو چند جمله‌ای از درجه چند است؟
- (۱) از درجه ۵
 (۲) حداقل از درجه ۵
 (۳) حداقل از درجه ۱۰

- ۱۱ چند تا از جمله‌های زیر درست است؟
- اگر $a^2 > b^2$ باشد آنگاه $a > b$
 - اگر $a > b$ باشد آنگاه $ca > cb$
 - اگر $a+c > b+c$ باشد آنگاه $a > b$
- (۱) صفر
 (۲) یک
 (۳) دو
 (۴) سه

- ۱۲ در یک عدد دو رقمی، ۱۶ برابر مربع رقم دهگان به اضافه ۹ برابر مربع رقم یکان، مساوی ۲۴ برابر حاصل ضرب ارقام آن عدد دورقمی است. مجموع مقادیر ممکن برای رقم دهگان، کدام گزینه است؟
- (۱) ۴
 (۲) ۶
 (۳) ۹
 (۴) ۱۲

- ۱۳ اگر $A \cap B = \{7k + 5 | k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 800\}$ و $A = \{6k + 1 | k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 1000\}$ آن‌گاه $A \cup B$ برابر است با:
- (۱) $\{42k + 13 | k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 800\}$
 (۲) $\{42k + 19 | k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 800\}$
 (۳) $\{42k + 13 | k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 133\}$
 (۴) $\{42k + 19 | k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 133\}$

- ۱۴ a , b و c سه عدد حقیقی هستند که: $\frac{a^2 + 1}{b^2 + c^2 + 1} = 2a + b + c = ab + ac + bc = 0$. در این صورت کسر $\frac{a^2 + 1}{b^2 + c^2 + 1}$ چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) یک
 (۲) دو
 (۳) سه
 (۴) بی شمار

- ۱۵- مستطیل $ABCD$ و مثلث CDE را روی هم قرار می دهیم به طوری که رأس E روی ضلع AB باشد و $\hat{A} = \hat{C}$ و $EC = ED = 6$ ، در این صورت اندازه ضلع AE برابر است با:

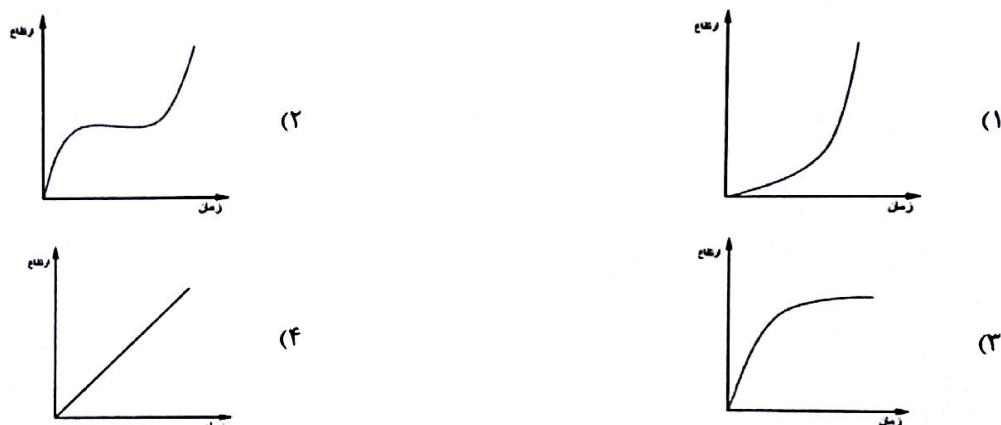
(۱) $3/2$ (۲) $3/6$ (۳) $3/1$ (۴) $4/8$

- ۱۶- اگر داشته باشیم $\{10, 1, 2, \dots, 0\} = A$ و $B = \{x \mid x^2 \in A, x \geq 0\}$ ، آن گاه چند تا از عبارت های زیر درست است؟

$$\begin{aligned} B - A &= \emptyset \\ n(A \cup B) &= 18 \\ A \cap B &= \emptyset \end{aligned}$$

(۱) صفر

- ۱۷- در ظرفی به شکل روبه رو با سرعت ثابت در هر دقیقه یک لیتر آب می ریزیم . کدام یک از نمودارهای زیر می تواند نشان دهنده ارتفاع آب بر حسب زمان باشد



- ۱۸- پنج نفر به اسامی A, B, C, D و E قرار است با یک خودروی سواری به مسافت بروند. این پنج نفر برای سوار شدن (دو نفر در جلو که یکی از آن ها راننده است و سه نفر در عقب)، با محدودیت های زیر روبه رو هستند:

• E و B راننده بند نیستند.

• وقتی که D راننده می کند، B جلو نمی نشیند.

• اگر قرار باشد C عقب بنشیند، وی بین دو نفر نمی نشیند.

با توجه به اطلاعات فوق کدام گزینه در خصوص محل نشستن افراد نمی توانند درست باشد؟

C و A بین E (۱)

A کنار راننده (۱)

C و A بین B (۲)

E و D و A بین (۳)

- ۱۹- خط راست d به معادله $ax + by = c$ را در نظر بگیرید. اگر به طول هر نقطه روی این خط مقدار k را اضافه کنیم، به عرض آن ها چقدر اضافه شود تا نقاط حاصل باز هم روی خط d قرار گیرند؟ ($a, b, c \neq 0$)

$$\frac{-ka}{b} \quad (۴) \quad \frac{ka - c}{b} \quad (۳) \quad \frac{b}{a}k \quad (۲) \quad k \quad (۱)$$

- ۲۰- می دانیم دو چندضلعی که آنها را با A و B نشان می دهیم، متشابه نیستند. A و B قطعاً در کدام یک از دسته های زیر قرار نمی گیرند؟

(۱) ذوزنقه هایی که سه ضلع برابر دارند

(۲) لوزی هایی که همه اضلاع آنها برابر هستند

(۳) متوازی الاضلاع هایی که همه ضلع های آنها، دو به دو برابرند

(۴) مثلث های قائم الزاویه ای که دو ضلع متناظر برابر و یک زاویه تن برابر دارند.



-۲۱ دو خط به معادله های $7 = 2mx - ny$ و $2mx + 5y = m$ در نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ میگذرد. مقدار $m + n$ کدام است؟

(۴) -۴

(۳) -۳

(۲) ۴

(۱) ۳

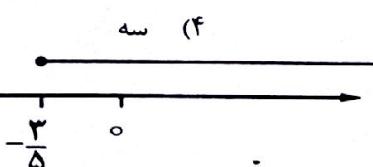
-۲۲ می دانیم A و B دو زیرمجموعه از اعداد حقیقی هستند. ($A \subseteq \mathbb{R}, B \subseteq \mathbb{R}$)
تعریف می کنیم: $A \otimes B = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$. در این صورت چندتا از عبارت های زیر درست است؟

$$Q' \otimes Q' = \mathbb{R} - \{0\} \quad \bullet$$

$$Q \otimes Q' = Q' \quad \bullet$$

$$\{\sqrt{2}, 5\} \otimes Q' = \mathbb{R} - \{0\} \quad \bullet$$

(۱) صفر



(۳) دو

(۲) یک

-۲۳ محور مقابل، مجموعه جواب کدام یک از نامعادله های زیر را نشان نمی دهد؟

$$2 - \frac{x+1}{3} \geq \frac{2x}{15} \quad (۲)$$

$$\frac{6-1-x}{3} \leq 4 \quad (۱)$$

$$-\frac{1}{5}(x+3) \leq \frac{4}{5}x \quad (۴)$$

$$(x+1)^2 \geq x^2 + x + \frac{2}{5} \quad (۳)$$

-۲۴ یک پنج جمله ای با دو متغیر و از درجه ۲ داریم. اگر بدانیم ضریب تمام جمله های آن ۱ است، به چند طریق مختلف می توانیم این ۵ جمله ای را بنویسیم؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

-۲۵ یک خط راست در دستگاه مختصات از ناحیه ۳ عبور نمی کند. چندتا از جملات زیر در مورد این خط، همواره درست است؟

- شبیه این خط منفی است
- عرض از مبدأ خط، مثبت است
- محور طول ها را قطع می کند

(۴) سه

(۳) دو

(۲) یک

(۱) صفر

-۲۶ در تجزیه عبارت $(2x^2 - 4)(2x^2 + 6x - 2)$ کدام عامل، وجود ندارد؟

(۴) $3x + 2$ (۳) $2x + 1$ (۲) $4x - 2$ (۱) $2x + 4$

-۲۷ مستطیلی در صفحه با رؤوس $\begin{bmatrix} 18 \\ 12 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 18 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، اضلاع $\begin{bmatrix} 0 \\ 12 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix}$ رسم کرده ایم، چند خط موازی با قطر گذرنده از راس $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ است؟

مستطیل را در دو نقطه متمایز با مختصات صحیح قطع می کند؟ (غیر از خود قطر)

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

(۲) ۶

(۱) ۵

-۲۸ نقطه M وسط ضلع AB از مثلث ABC است. روی پاره خط CM نقاط N و R را به ترتیب M و C و N و R و M و C طوری انتخاب می کنیم که $CN = 2MR$ و می دانیم که زاویه $\angle ARM = 90^\circ$. با توجه به اطلاعات مسئله کدام گزینه زیر درست است؟

$$BN = BC \quad (۴)$$

$$BN = AC \quad (۳)$$

$$RN = AN \quad (۲)$$

$$AR = MB \quad (۱)$$

-۲۹ عبارت گویای $\frac{3x+9}{ax^2+bx+c}$ که در آن a, b, c عدهای طبیعی هستند، بعد از ساده شدن دارای شرایط زیر است:
• صورت آن برابر با عدد ۱ شده است.

• در نقطه $\frac{4}{3} = -x$ تعریف نشده است.

در این صورت کم ترین مقدار $a+b+c$ کدام گزینه است؟

(۴) ۳۰

(۳) ۲۸

(۲) ۲۵

(۱) ۲۳

-۳۰ اگر $a = -4^{15}$ و $b = -4^{21}$ و $c = -4^{22}$ و $d = -4^{23}$ باشد. آنگاه کدام گزینه از بقیه کوچک تر است؟

(۴) d (۳) c (۲) b (۱) a